

EXERCICE N°1

Résoudre dans IR puis dans $[-\pi, \pi]$ les équations suivantes

- 1) $-\cos 2x + \sin 2x = 1$; 2) $-2\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x = 0$
3) $\sin 2x - \sqrt{2} \cos x = 0$; 4) $\cos x + \sqrt{3} = 0$

EXERCICE N°2

Soit $f(x) = -\sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x - 2$

- 1) Transformer en $r \cos(2x - \varphi)$ l'expression: $-\sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x$
- 2) Montrer que $f(x) = -4 \sin^2(x - \frac{5\pi}{12})$
- 3) Ecrire de deux manières $f(\frac{\pi}{8})$. Déduire $\sin(\frac{7\pi}{24})$
- 4) Résoudre dans IR puis dans $[0, 2\pi]$ l'équation $f(x) = -3$ placer les points images sur le cercle trigonométrique

EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie par:
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - x & \text{si } x \geq -1 \\ f(x) = \frac{x+2}{x^2+x-2} & \text{si } x < -1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 3) Etudier $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
- 4) a) Etudier la continuité de f à droite en -1
b) Etudier la continuité de f à gauche en -1
c) f est elle continue en -1?
- 5) Déterminer le domaine de continuité de f
- 6) f est elle dérivable en -3?
- 7) Etudier la dérivabilité de f en 0

EXERCICE N°4

Soit u la suite définie sur IN par:
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$$

- 1) a) Calculer u_1 et u_2
b) Montrer que $u_n > 1$ pour $n \in \text{IN}$
c) Montrer que $u_{n+1} - u_n > 0$ pour $n \in \text{IN}$
- 2) On définit la suite v sur IN par: $v_n = u_n - 1$
a) Montrer que la suite v est géométrique
b) Calculer v_n puis u_n en fonction de n
- 3) a) Calculer en fonction de n la somme $S_n = \sum_{k=0}^n v_k$
b) Déterminer la plus petite valeur n_0 de n pour que $S_n \geq 10^3$